

Title: Analysis of a rotational type vibration absorber for damped systems

Authors: VÁZQUEZ-GONZÁLEZ, Benjamín, JIMÉNEZ-RABIELA, Homero, RAMÍREZ-CRUZ, José Luis and GARCÍA, SEGURA, Pedro

Editorial label ECORFAN: 607-8695

BCIERMMI Control Number: 2022-01

BCIERMMI Classification (2022): 261022-0001

Pages: 13

RNA: 03-2010-032610115700-14

ECORFAN-México, S.C.

143 – 50 Itzopan Street

La Florida, Ecatepec Municipality

Mexico State, 55120 Zipcode

Phone: +52 1 55 6159 2296

Skype: ecorfan-mexico.s.c.

E-mail: contacto@ecorfan.org

Facebook: ECORFAN-México S. C.

Twitter: [@EcorfanC](https://twitter.com/EcorfanC)

www.ecorfan.org

Holdings

Mexico	Colombia	Guatemala
Bolivia	Cameroon	Democratic
Spain	El Salvador	Republic
Ecuador	Taiwan	of Congo
Peru	Paraguay	Nicaragua

Introducción

En este trabajo se realiza el análisis de un absorbedor de vibraciones tipo rotacional, para el cual el sistema primario se encuentra con amortiguamiento.

Se determina que la absorción se define por la sintonización de la frecuencia no amortiguada entre el sistema primario y su absorbedor, de tal forma que el amortiguamiento no influye de manera directa en la sintonización.

Lo anterior permite modificar al amortiguamiento de forma arbitraria, sin embargo, el amortiguamiento establece un régimen de estado estable.

Metodología

El absorbedor rotacional consiste de una masa cilíndrica m_2 la cual rueda sin deslizar sobre el cuerpo del sistema primario m_1 .

Esta configuración establece un acoplamiento geométrico, aparte del acoplamiento dinámico definido por el resorte k_2 .

En la Figura 1 se ilustra lo anterior.

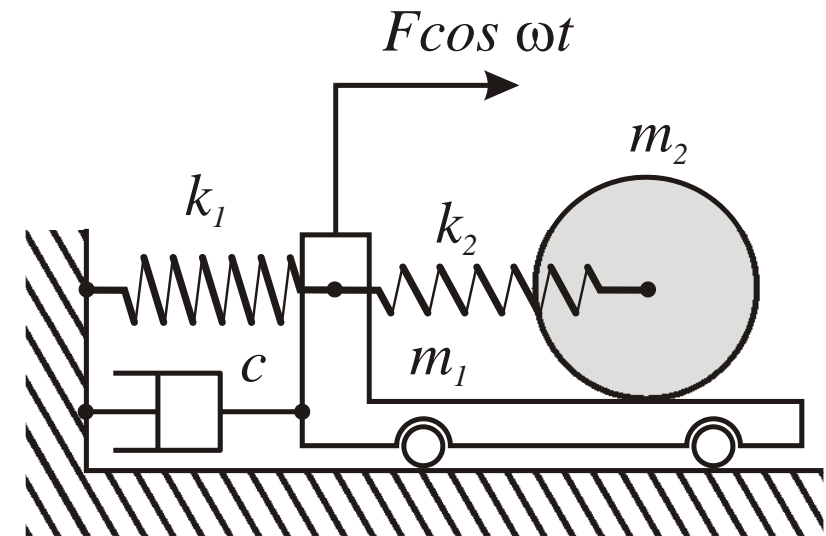


Figura 1. Absorbedor rotacional m_2 acoplado al sistema primario m_1 , por restricciones geométricas y dinámicas de tipo elástico.

Metodología

Para determinar las ecuaciones dinámicas se emplean la formulación de Euler-Lagrange, por lo que se debe determinar la expresión energética de cada elemento del sistema.

$$T = \frac{1}{2}m_1\dot{x}_1^2 + \frac{1}{2}m_2\dot{x}_2^2 + \frac{1}{2}I\dot{\theta}^2$$

Energía cinética

$$V = \frac{1}{2}k_1x_1^2 + \frac{1}{2}k_2(x_2 - x_1)^2$$

Energía potencial

$$L = T - V = \frac{1}{2}m_1\dot{x}_1^2 + \frac{1}{2}m_2\dot{x}_2^2 + \frac{1}{4}m_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_1)^2 - \frac{1}{2}k_1x_1^2 - \frac{1}{2}k_2(x_2 - x_1)^2$$

Lagrangiano

$$\Delta = \frac{1}{2}c\dot{x}_1^2$$

Término disipativo

$$\Pi = (F \cos \omega t) \dot{x}_1$$

Función de potencia

Metodología

Se obtiene un sistema de dos ecuaciones diferenciales acopladas

$$M \ddot{x}_1 - \frac{1}{2} m_2 \ddot{x}_1 + c \dot{x}_1 + (k_1 + k_2)x_1 - k_2 x_2 = F \cos \omega t$$

Sistema primario

$$x_1(t) = X_{11} \text{sen}(\omega t) + X_{12} \text{cos}(\omega t)$$

$$x_2(t) = X_{21} \text{sen}(\omega t) + X_{22} \text{cos}(\omega t)$$

$$\frac{3}{2} m_2 \ddot{x}_2 - \frac{1}{2} m_2 \ddot{x}_1 + k_2 x_2 - k_2 x_1 = 0$$

Sistema secundario o absorbedor

$$M = m_1 + \frac{1}{2} m_2$$

$$- \omega^2 M X_{11} + \frac{1}{2} m_2 \omega^2 X_{21} - \omega c X_{12} + (k_1 + k_2) X_{11} - k_2 X_{21} = 0$$

$$- \omega^2 M X_{12} + \frac{1}{2} m_2 \omega^2 X_{22} + \omega c X_{11} + (k_1 + k_2) X_{12} - k_2 X_{22} = F$$

$$- \omega^2 \frac{3}{2} m_2 X_{21} + \frac{1}{2} m_2 \omega^2 X_{11} + k_2 X_{21} - k_2 X_{12} = 0$$

$$- \omega^2 \frac{3}{2} m_2 X_{22} + \frac{1}{2} m_2 \omega^2 X_{12} + k_2 X_{22} - k_2 X_{12} = 0$$

Metodología

$$\begin{bmatrix}
 k_1 + k_2 - w^2 M & -cw & \frac{1}{2}m_2 w^2 - k_2 & 0 \\
 cw & k_1 + k_2 - w^2 M & 0 & \frac{1}{2}m_2 w^2 - k_2 \\
 \frac{1}{2}m_2 w^2 - k_2 & 0 & k_2 - \frac{3}{2}m_2 w^2 & 0 \\
 0 & \frac{1}{2}m_2 w^2 - k_2 & 0 & k_2 - \frac{3}{2}m_2 w^2
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 X_{11} \\
 X_{12} \\
 X_{21} \\
 X_{22}
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 0 \\
 F \\
 0 \\
 0
 \end{bmatrix}$$

$$D = aw^8 + bw^6 + dw^4 + ew^2 + f$$

$$a = m_2^4 - 12Mm_2^3 + 36M^2m_2^2$$

$$b = 12k_1m_2^3 + 4k_2m_2^3 - 72Mk_1m_2^2 - 16Mk_2m_2^2 - 48M^2k_2m_2 + 36c^2m_2^2$$

$$d = 96Mk_1k_2m_2 + 16Mk_2^2m_2 - 48c^2k_2m_2 + 16k_1k_2m_2^2 + 16M^2k_2^2 + 36k_1^2m_2^2 + 4k_2^2m_2^2$$

$$e = 16c^2k_2^2 - 16k_1k_2^2m_2 - 32Mk_1k_2^2 - 48k_1^2k_2m_2$$

$$X_{11} = (36cm_2^2w^5 - 48ck_2m_2w^3 + 16ck_2^2w) \frac{F}{D}$$

$$X_{12} = (a_1w^6 + b_2w^4 + c_2w^2 + f) \frac{F}{D}$$

$$a_1 = 6m_2^3 - 36Mm_2^2$$

$$b_2 = 36k_1m_2^2 + 8k_2m_2^2 + 48Mk_2m_2$$

$$c_2 = - (48k_1k_2m_2 + 16Mk_2^2 + 8k_2^2m_2)$$

$$f = 16k_1^2k_2^2$$

$$X_{21} = (12cm_2^2w^5 - 32ck_2m_2w^3 + 16ck_2^2w) \frac{F}{D}$$

$$X_{22} = (a_3w^6 + b_3w^4 + c_3w^2 + f) \frac{F}{D}$$

$$a_3 = 2m_2^3 - 12Mm_2^2$$

$$b_3 = 12k_1m_2^2 + 32Mk_2m_2$$

$$c_3 = - (32k_1k_2m_2 + 16Mk_2^2 + 8k_2^2m_2)$$

Metodología

$$X_{11} = (36cm_2^2w^5 - 48ck_2m_2w^3 + 16ck_2^2w) \frac{F}{D} = 0$$

$$9m_2^2w^4 - 12k_2m_2w^2 + 4k_2^2 = 0$$

$$w^2 = \frac{2k_2}{3m_2}$$

$$X_{12} = X_{12}(w^2) = 0$$

$$X_{21} = X_{21}(w^2) = 0$$

$$X_{22} = X_{22}(w^2) = 0$$

$$\begin{bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \\ \dot{y}_3 \\ \dot{y}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{6k_1 + 4k_2}{d_1} & \frac{6c}{d_1} & -\frac{4k_2}{d_1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{2k_2 - 2k_1}{d_1} - \frac{4Mk_2}{d_2} & \frac{2c}{d_1} & \frac{4Mk_2}{d_2} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{6F\cos\omega t}{d_1} \\ 0 \\ -\frac{2F\cos\omega t}{d_1} \end{bmatrix}$$

$$M \ddot{x}_1 - \frac{1}{2} m_2 \ddot{x}_1 + c \dot{x}_1 + (k_1 + k_2)x_1$$

$$-k_2 x_2 = F \cos w t$$

$$\frac{3}{2} m_2 \ddot{x}_2 - \frac{1}{2} m_2 \ddot{x}_1 + k_2 x_2 - k_2 x_1 = 0$$

$$\ddot{x}_1 = \ddot{y}_1, \dot{x}_1 = \dot{y}_2, \ddot{x}_2 = \ddot{y}_3, \dot{x}_2 = \dot{y}_4$$

Resultados

En la Tabla 1 se muestran los parámetros del sistema en los que no se establece la condición de sintonización.

$m_1 = 4 \text{ kg}$	$m_2 = 0.5 \text{ kg}$	$k_1 = 100 \text{ N/m}$
$k_2 = 300 \text{ N/m}$	$F = 15 \text{ N}$	$\omega = 5 \text{ rad/s}$
$c = 10 \text{ N}\cdot\text{s/m}$		

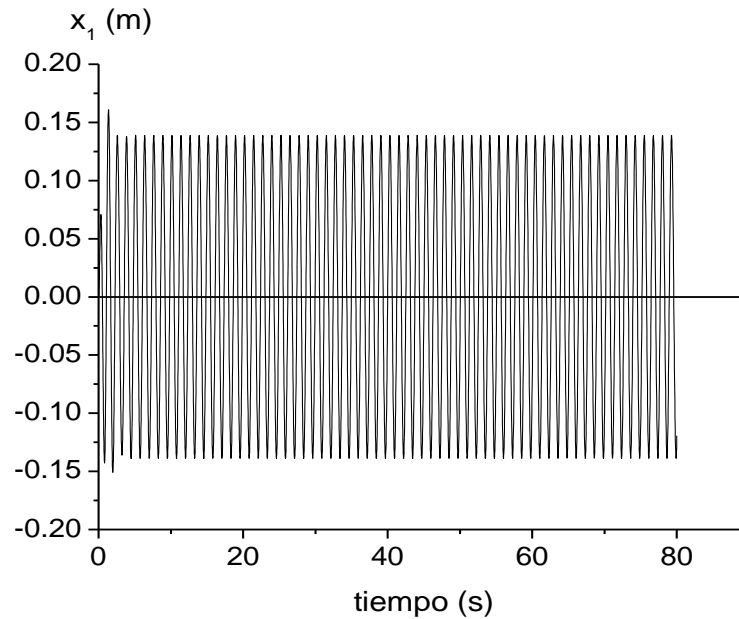


Figura 4. Respuesta en el tiempo del sistema primario para los parámetros de la Tabla 1.

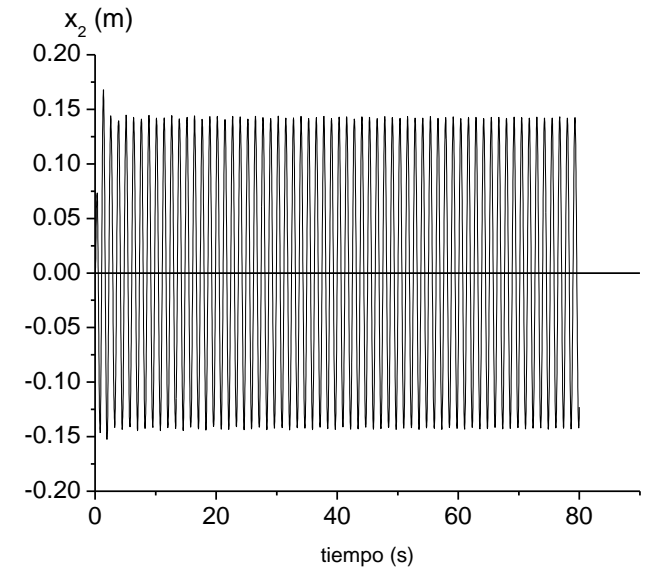


Figura 5. Respuesta en el tiempo del sistema secundario para los parámetros de la Tabla 1.

Tabla 1. Parámetros del sistema mecánico vibratorio correspondientes a las Figuras 4 y 5.

Resultados

En la Tabla 2 se muestran los parámetros del sistema en los que se establece la condición de sintonización.

$m_1 = 4 \text{ kg}$	$m_2 = 0.5 \text{ kg}$	$k_1 = 100 \text{ N/m}$
$k_2 = 18.75 \text{ N/m}$	$F = 15 \text{ N}$	$\omega = 5 \text{ rad/s}$
$c = 10 \text{ N}\cdot\text{s/m}$		

Tabla 2. *Parámetros del sistema mecánico vibratorio correspondientes a las Figuras 6 y 7.*

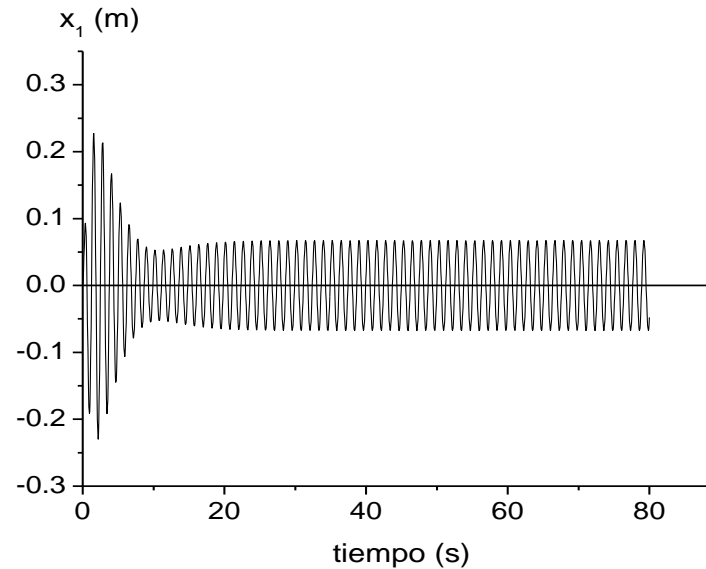


Figura 6. *Respuesta en el tiempo del sistema primario para los parámetros de la Tabla 2.*

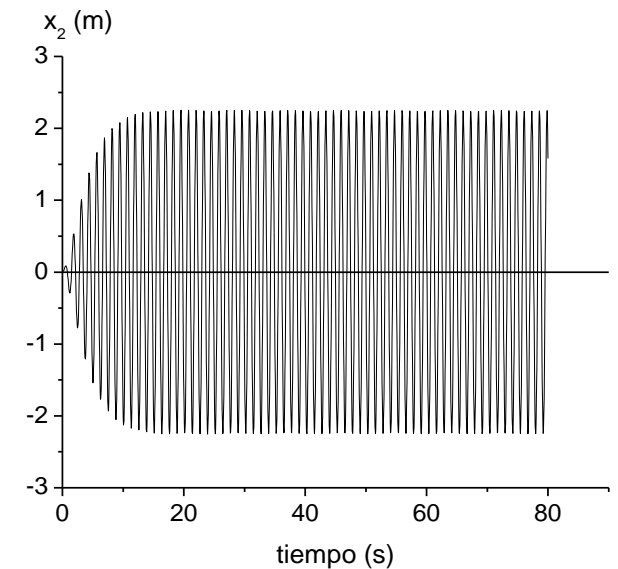


Figura 7. *Respuesta en el tiempo del sistema primario para los parámetros de la Tabla 2.*

Resultados

En la Tabla 3 se muestran los parámetros del sistema en los que se establece la condición de sintonización con un valor del doble de amortiguamiento en relación con la Tabla 2.

$m_1 = 4 \text{ kg}$	$m_2 = 0.5 \text{ kg}$	$k_1 = 100 \text{ N/m}$
$k_2 = 18.75 \text{ N/m}$	$F = 15 \text{ N}$	$\omega = 5 \text{ rad/s}$
$c = 20 \text{ N}\cdot\text{s/m}$		

Tabla 3. *Parámetros del sistema mecánico vibratorio correspondientes a las Figuras 8 y 9.*

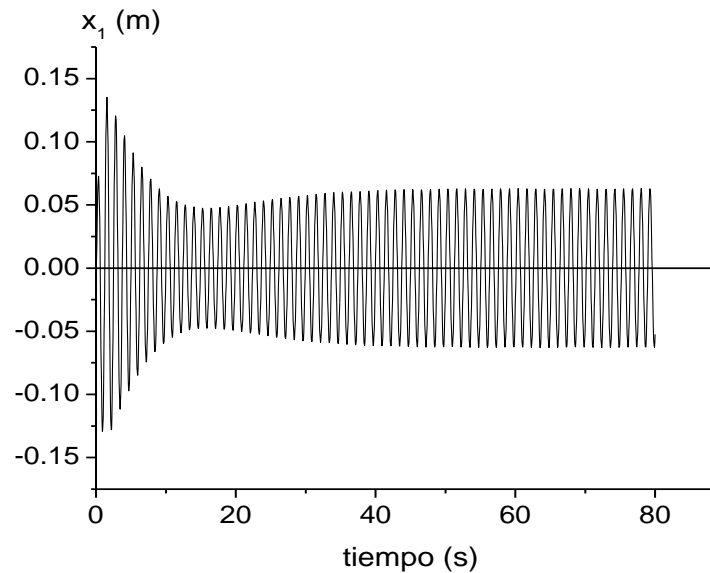


Figura 8. *Respuesta en el tiempo del sistema primario para los parámetros de la Tabla 3.*

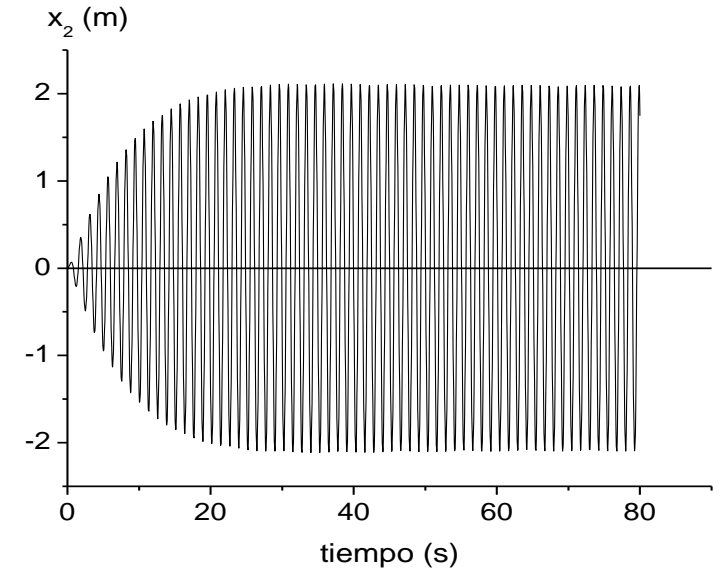


Figura 9. *Respuesta en el tiempo del sistema secundario para los parámetros de la Tabla 3.*

Resultados

En la Tabla 4 se muestran los parámetros del sistema en los que se establece la condición de sintonización con un valor de mayor masa en relación con la Tabla 3.

$m_1 = 4 \text{ kg}$	$m_2 = 1 \text{ kg}$	$k_1 = 100 \text{ N/m}$
$k_2 = 37.5 \text{ N/m}$	$F = 15 \text{ N}$	$\omega = 5 \text{ rad/s}$
$c = 10 \text{ N}\cdot\text{s/m}$		

Tabla 4. *Parámetros del sistema mecánico vibratorio correspondientes a las Figuras 10 y 11.*

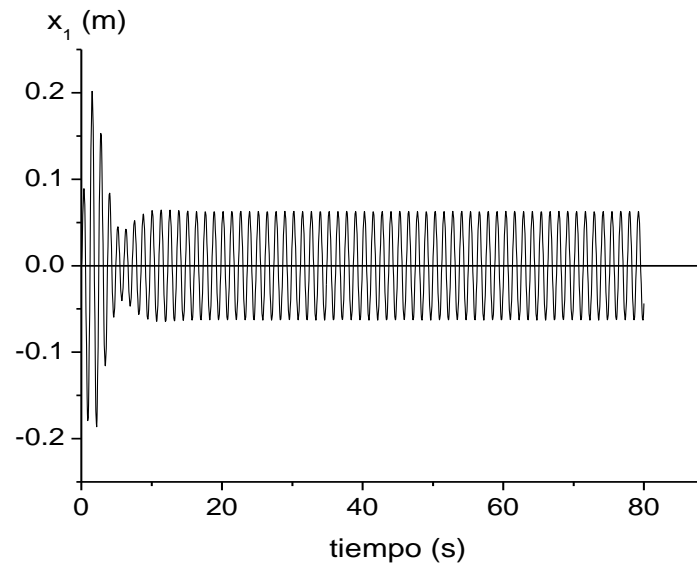


Figura 10. *Respuesta en el tiempo del sistema primario para los parámetros de la Tabla 4.*

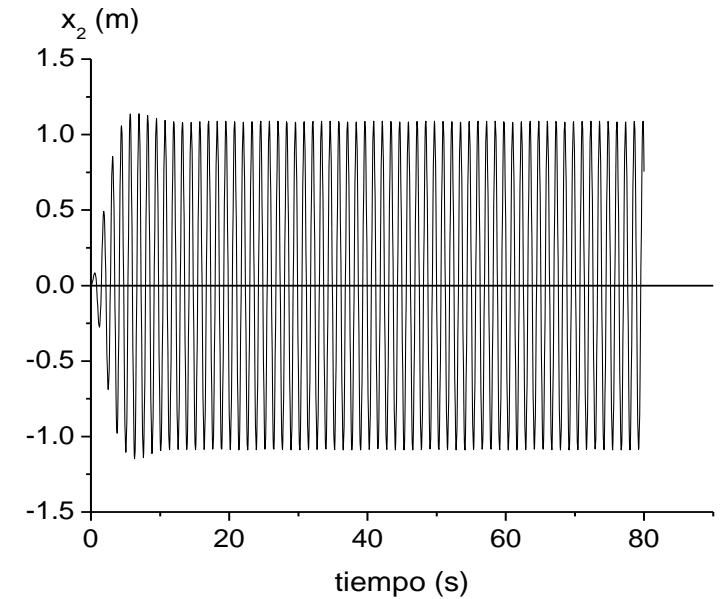


Figura 11. *Respuesta en el tiempo del sistema secundario para los parámetros de la Tabla 4.*

Resultados

En la Tabla 5 se presentan los parámetros para el último experimento, se ha incrementado en el doble la masa del absorbedor, así como del amortiguamiento viscoso c , en relación con los parámetros de la Tabla 4.

$m_1 = 4 \text{ kg}$	$m_2 = 2 \text{ kg}$	$k_1 = 100 \text{ N/m}$
$k_2 = 75 \text{ N/m}$	$F = 15 \text{ N}$	$\omega = 5 \text{ rad/s}$
$c = 20 \text{ N}\cdot\text{s/m}$		

Tabla 5. *Parámetros del sistema mecánico vibratorio correspondientes a las Figuras 12 y 13.*

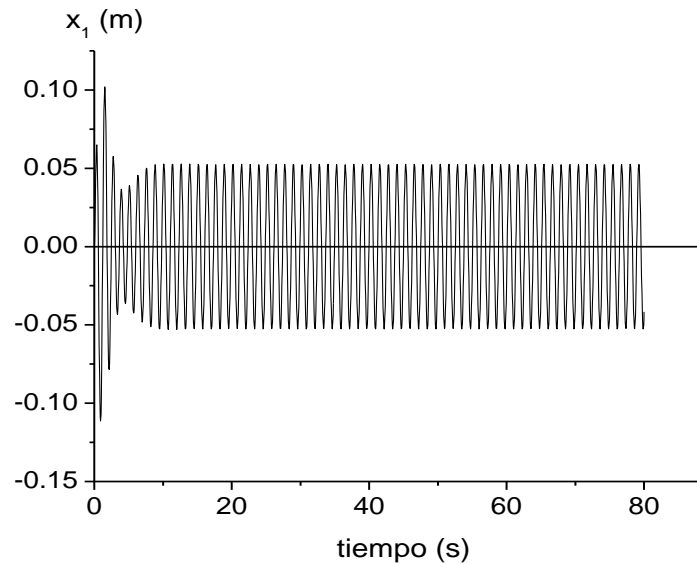


Figura 12. *Respuesta en el tiempo del sistema primario para los parámetros de la Tabla 5.*

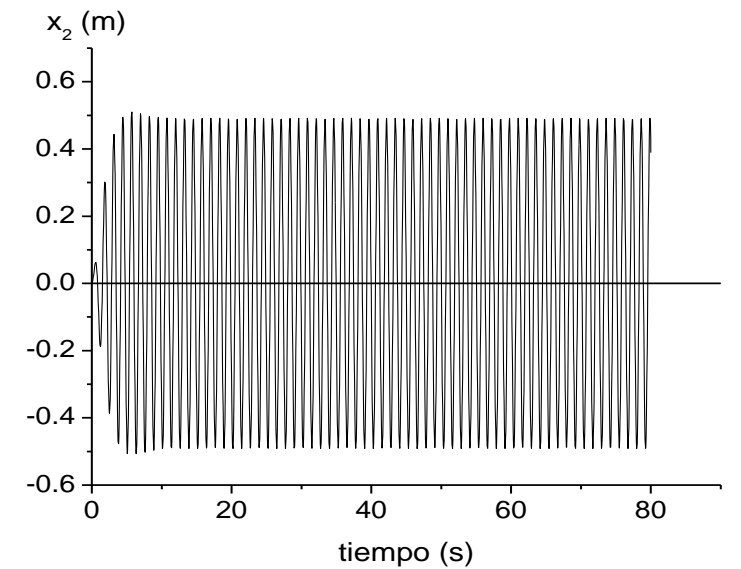


Figura 13. *Respuesta en el tiempo del sistema secundario para los parámetros de la Tabla 5.*

Conclusiones

Conocer los efectos de la modificación de algunos parámetros es importante para lograr el diseño y desarrollo dispositivos eficientes, más aún cuando se implementan dispositivos sencillos en desempeños complejos.

Los resultados reportados presentan la posibilidad de elegir de manera abierta el valor del amortiguamiento, el cual induce el comportamiento del estado estable en ambos cuerpos del sistema.

El absorbedor rotacional para un sistema forzado con amortiguamiento viscoso permite realizar ajustes en los parámetros de tal forma que se logra la atenuación de la amplitud del sistema primario, así como del secundario.

Referencias

Den Hartog J P. Mechanical vibrations. Dover Publications Inc; 1985.

Y. L. Cheung and W. O. Wong. (2009) Design of a non-traditional dynamic vibration absorber (L). J. Acoust. Soc. Am. 126 (2), August 2009, 564-567.

Mohammed Abdel-Hafiz and Galal Ali Hassaan. (2015) Tuning Condition Modification of Damped and Un-damped Adaptive Vibration Absorber. International Journal of Computer Techniques, Volume 2, Issue 2, 2015, 170-175.

Vázquez González Benjamín, Jiménez Rabiela Homero, Ramírez Cruz José Luis, (2020) Design of a rotational type vibration absorber. Journal of Mechanical Engineering, ECORFAN-Spain. June 2020, Vol.4, No.13 16-22.



ECORFAN®

© ECORFAN-Mexico, S.C.

No part of this document covered by the Federal Copyright Law may be reproduced, transmitted or used in any form or medium, whether graphic, electronic or mechanical, including but not limited to the following: Citations in articles and comments Bibliographical, compilation of radio or electronic journalistic data. For the effects of articles 13, 162,163 fraction I, 164 fraction I, 168, 169,209 fraction III and other relative of the Federal Law of Copyright. Violations: Be forced to prosecute under Mexican copyright law. The use of general descriptive names, registered names, trademarks, in this publication do not imply, uniformly in the absence of a specific statement, that such names are exempt from the relevant protector in laws and regulations of Mexico and therefore free for General use of the international scientific community. BCIERMMI is part of the media of ECORFAN-Mexico, S.C., E: 94-443.F: 008- (www.ecorfan.org/booklets)